# 54. Dérivé-operationニ依ル位相空間 (II)

(九大) 松下 眞一

## (V)

次ノ定義ハ周知ノモノデアラウガ一應列挙シテ置カウ. 先ヅ,

$$X \cdot X^{cdc} = X^i, \qquad X^c X^{dc} = X^e \qquad X X^{cd} = X^b$$
$$X \cdot X^d = X^\xi, \qquad X X^{dc} = X^\tau \qquad X^b + X^{cb} = X^f$$

ソシテ夫等ヲ各々Xノ *intérieur* *exterieur* *bord*, *cohérence* *adhérence*, 及ビ *frontière* ト云フ.

更ニ i) $X^c X^d = 0$. ii) $X \cdot X^{cd} = 0$, iii) $X \cdot X^{dc} = 0$, iv) $X X^d = 0$ v) $X^d = 0$. 及ビ vi) $X = X^d$ ナルトキヲ夫々 X ハ *fermé*. *ouvert* *dense en soi*, *isolé*. *divergent* 及ビ *parfait* デアルト云フ. 明ラカニ夫等ハ i) $X = X^a$. ii) $X = X^i$ iii) $X = X^\xi$, iv) $X = X^\tau$ 叉ハ i) $X^{cb} = 0$ ii) $X^b = 0$ iii) $X^\tau = 0$ 及ビ iv) $X^\xi = 0$ ナル條件デ述ベルコトモ出來ル.

注意; コレ等種々ノ *opération* ノ重複ニ關シテハ次ノ關係ガ成立シテ居ル.

i) $X^{ii} = X^i$ ii) $X^{eeee} = X^{ee}$ iii) $X^{bb} = X^b$

iv) $X^{\tau\tau} = X^\tau$ vi) $X^{bbb} = X^{bb}$

此ノ中デ iv) 以外トニツイテハ例ヘバ *Zarycki* [*] ノ研究ガアル. iv) ハ iii) ト同樣ニヤレル.

*Lemme* 7 U ガ *ouvert* ナラバ $X^d U \subset (XU)^d$.

証明; $X^d U (XU)^{dc} = X^d (U U^{cdc}) (XU)^{dc} = X^d U (U^c + XU)^{dc}$

$= X^d U (U^c + X)^{dc} = X^d X^{dc} U U^{cdc} = 0 \rightarrow X^d U \subset (XU)^d$.

*c. q. f. d.*

## (VI)

定理 5 次ノ *égalités* ガ成立スル

$$(X^d X^c)^{dcdc} = (X^{dcdc} X^c)^{dcdc} = (X^{cd} X^{dcdc})^{dcdc} = (X^{cd} X^d)^{dcdc}$$
$$= (X^{cd} X)^{dcdc} = (X^{cdcdc} X)^{dcdc} = (X^d X^{cdcdc})^{dcdc}$$

証明； 四円ニ分ケテ述ベヨウ.

i) $(X^d X^c)^{dcdc} = ((X^d X^c)^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{dcdc} X^{cdcdc})^{dcdc} \underset{(K)}{\subset} (X^{dcdc} X^{cd})^{dcdc} \subset (X^{dcdc} X^c)^{dcdc}$ デアル. 但シKハ *Kuratowski* ノ *Table* ヨリ $L$ ハ前節ノ *lemme* ヲ用ヒタコトヲ示ス. スタトハ $(E^a)$ ナル要素ヲ附加セネバナラヌトシテモ各項ハEヲ含ミ $E^d$ トハ素デアルカラ $(E^a)$ ノ省略シテモ差支ハナイ. 又他方ニ於テ $(X^{dcdc} X^c)^{dcdc} \underset{(V)}{\subset} (X^d X^c)^{dcdc}$ ダカラ. 最初ノ等式ガ得ラレタ.

ii) $(X^{dcdc} X^c)^{dcdc} = ((X^{dcdc} X^c)^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{dcdcdcdc} X^{cdcdc})^{dcdc} \subset (X^{dcdc} X^{cd})^{dcdc}$ 又他方 $(X^{dcdc} X^c)^d \supset X^{dcdc} X^{cd}$ ダカラ $(X^{dcdc} X^c)^{dcdc} \supset (X^{dcdc} X^{cd})^{dcdc}$ 即チ $\overset{(L)}{第二}$ ノ等式ガ得ラレタ.

iii) $(X^{cd} X^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{cd} X^d)^{dcdc}$ 又他方 $(X^{cd} X^d)^{dcdc} = ((X^{cd} X^d)^{dcdc})^{dcdc} \subset (X^{cdcdc} X^{dcdc})^{dcdc} \underset{(K)}{\subset} (X^{cd} X^{dcdc})^{dcdc}$ 即チ第三ノ等式ガ得ラレタ.

iv) 以下ノ等式ハ $X$ ヲ $X^c$ デ置換スルコトニ依ッテ. 例ヘバ $(X^d X^c)^{dcdc} = (X^{cd} X^d)^{dcdc} = ((X^c)^d (X^c)^{cd})^{dcdc} = (X^{cd} X)^{dcdc}$ ナル如クシテ得ラレル. C. a. b. d.

注意； 以上ノ *Lemme* 及ビ定理ト寺阪氏ノ *fundamentale lemma* (V) 及ビ Formel 36 $)^{(**)}$ トノ *analogie* ニ注意サレタイ.

定義； $(X^c X^d)^{dcdc} = E$ ナルトキ $X$ ハ *régulier* デアルト云フ.$^{(***)}$

定義カラ直チニ 0 及ビ *elément fermé* ハ *régulier* デアル. 所ガ又 $(X^c X^d)^{dcdc} = (X X^{cd})^{dcdc}$ ナル故 $X$ ガ *régulier* ナラバ. $X^c$ モ亦サウデアル. 故ニ 1 及ビ *elément ouvert* モ亦 *régulier* デアル.

定理 6　ニツノ *régulier* ナ要素ノ和モ亦 *régulier* デアル.

証明； $A^{dcdc}=E$ トスルト $(A+B)^{dcdc}=(A^{dc}B^{dc})^{dc}\underset{(i)}{\subset}$
$\underset{(i)}{\subset}(A^{dcd}B^{dc})^{c}\ A^{dcdc}+B^{d}=E+B^{d}$. 故ニ $(A+B)^{dcdc}\subset B^{d}(E)$.
更ニ $(A+B)^{dcdc}=((A+B)^{dcdc})^{dcdc}\subset B^{d\,dcdc}(E^{d})\subset B^{dcdc}(E')$
故ニ $(A+B)^{dcdc}\subset B^{dcdc}$ 依ッテ $B^{dcdc}=E$ ナラハ $(A+B)^{dcdc}\subset E$
ソレハ又 $\supset E$ ダカラ $(A+B)^{dcdc}=E$.

此處デ X及ビ Y ガ *regulier* デアルトスレバ $(X^{c}X^{d})^{dcdc}=(Y^{c}Y^{d})^{dcdc}=E$ ダカラ. $(X^{c}X^{d}+Y^{c}Y^{d})^{dcdc}=E$. 所ガ明ラカニ $((X+Y)^{c}(X+Y)^{d})^{dcdc}\subset(X^{c}X^{d}+Y^{c}Y^{d})^{dcdc}$ デアルカラ. $((X+Y)^{c}\cdot(X+Y)^{d})^{dcdc}=E$. *c.q.f.d.*

系； *regulier* ナ二ツノ要素ノ積モ亦 *regulier* デアル.

(*) M. *Zarycki; Fund Math*

(**) H. *Terasaka; loc cit.*

(***) コノ條件ハ $(X^{a}X^{ca})^{acac}=0$ ト同等デアルコトガ証明出来ル. ([illegible]

(1947. 5. 20)