92 一様空間の或る見方について

寺阪 英孝（1948.3.29.）

§1 一様空間の *Weil* による定義は位相幾何学的には別に申分はないが 計測空間の直接の拡張といふ考へ方から云ふと《二点 $a.b$ に対し"ある物"が対応する》といふ方が分りよいかと思ふ．例へば"ある物"を *directed system* の元にとれば次のようになる。

α, β 等を *directed system* $\mathfrak{D}$（即ち $\forall \alpha, \beta \in \mathfrak{D}\ \exists \gamma \cdot \gamma < \alpha, \beta$ 且 $\gamma \in \mathfrak{D}$ なる如き集合 $\mathfrak{D}$）の元とする．

I．R の二点 $a. b$ に対し $\mathfrak{D}$ に属する元 $d(a.b)$ が対応する

II．凡ての $\alpha \in \mathfrak{D}$ に対し $\beta \in \mathfrak{D}$ が存在して．凡ての $a\ b, c \in R$ につき

$$d(a.b) < \beta,\quad d(b.c) < \beta \rightarrow d(a\ c) < \gamma$$

かかる空間を $\mathfrak{D}$－空間と呼ばう．すると a, α を与へたとき $d(a,\alpha) < \alpha$ なる α の集合を $U_\alpha(a)$ とすれば．U_α は *Weil* の意味で R に一様性を与へることになる。

この逆はこのまゝには行かない、逆が云へる為には $\mathfrak{D}$ の他に更にその部分系 $\mathfrak{J} \subset \mathfrak{D}$ を考へ、これで R の位相を次のように与へるとよい．即ち．

凡ての $\varepsilon \in \mathfrak{T}$ に對し $d(a.x) < \varepsilon$ なる $x\ (\neq a)$ が集合 $M \subset R$ の中にあるとき a は M の集積点である。

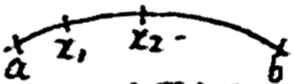
として集積点を定義する。そうすると

《一様空間は $\mathfrak{T}$ で位相の与へられた $\mathfrak{D}$-空間と一致する》

ことが分る。

§2. 尚 $\mathfrak{D}$-空間（一様空間でも同様）内の弧（即ち順序のある *continuum*）には $\mathfrak{D}$ から得られる完備束 $\mathfrak{S}^*$ の元を値とする長さを与へることが出来る。

今弧 ab 上に順次 $x_1, x_2, \cdots$ をとり



a 中心半径 $d(a\,x_1)$ の近傍中の各点に $d(x_1\,x_2)$. 半径の近傍をつくり その各点に又 $d(x_2\,x_3)$ 半径の近傍をつくり. *etc*. その和集合をつくる. a からこの和集合の余集合までに至る $\mathfrak{D}$ 距離の下限は. ab に内接する多角形の長さに相当する。よつてかゝる距離の上限を以て ab の長さと定義すればよい。

計測空間の測地線に関する事柄は $\mathfrak{D}$ 空間にも今のようにしく考へられるのではなからうか。