

125. 定点通過ベクトル場に就て

朝長 康 郎 (23. 10. 25)

T V Thomasの論文 [1] の中に次の定理がある.

[Green's theorem] oriented, compact class C' の Riemann 空間 P_n に class C' のベクトル場 λ^{α} があつて.

$$\operatorname{div} \lambda = \lambda^{\alpha}_{;\alpha} \quad (; \text{ は共変微分})$$

と置くとき、之を R_n 全体に積分したものは 0 である. 即ち

$$\int_{R_n} \operatorname{div} \lambda \, dV = 0 \quad (dV \text{ は } R_n \text{ の体積素})$$

[証明] S. Bochner, [2] 参照

之を応用して S. Bochner, は最近多くの興味ある結果を得た.

[3], [4]) 今此の定理をホロノミー群で有名な定点通過ベクトル. ([5] 参照) に適用して見よう. 上述の定理と同じ R_n に仮に定点通過ベクトル場が存在したとする.

即ち λ^α をそれとすれば、次の式が成立つ。

$$(1) \quad \lambda^\alpha_{;\beta} + \delta^\alpha_\beta = 0$$

$\alpha = \beta$ として 縮約すれば、

$$(2) \quad \operatorname{div} \lambda = \lambda^\alpha_{;\alpha} = -n.$$

故に

$$(3) \quad \int_{R_n} \operatorname{div} \lambda \, d\mu < 0$$

之は上述定理に反する。故に(1)の如き λ は存在しない。即ち次の結論に到達する。

可符号, compact, class C^1 の Riemann 空間には class C^1 の定常場ベクトル場は存在しない。

文 献

- [1] T. Y. Thomas. Some simple applications of Green's theorems for compact Riemann space. *Tohoku Math. J.* 1940 pp 261-266
- [2] S. Bochner. Remark on the theorem of Green. *Duke. J.* 1937. pp. 334-338
- [3] S. Bochner. Vector field and Ricci curvature. *Bull. A.M.S.* 1948. pp 776-797
- [4] S. Bochner. Curvature and Betti numbers. *Ann. of Math.* 1948. pp 379-
- [5] K. Yano. Sur le parallélisme et la concourance dans l'espace de Riemann. *Proc. Imp. Acad. Tokyo.* 1943. pp 189-197