

## §2 集合

### 必修問題

2.A  $A, B, C$  を集合とし,  $A \subset B$  であると仮定する. そのとき次は常に成り立つか. 成り立つならばその証明を述べ, 成り立たないならば反例を与えよ.

$$(1) A \cap C \subset B \cap C \quad (2) A \cup C \subset B \cup C \quad (3) A \setminus C \subset B \setminus C$$

2.B 次はどのような集合か. 簡単な形に書き直せ.

$$(1) \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left( -\frac{1}{n}, \frac{1}{n} \right) \quad (2) \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[ -1 + \frac{1}{n}, 1 - \frac{1}{n} \right] \quad (3) \bigcap_{n \in \mathbb{N}} [n, \infty)$$

### 任意提出問題

2.1  $A, B$  を集合とする. 次を証明せよ.

$$(1) A = (A \setminus B) \cup (A \cap B)$$

$$(2) A \cup B = (A \setminus B) \cup B$$

$$(3) B \cap (A \setminus B) = \emptyset$$

2.2 集合  $A, B$  に対し,  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$  を  $A$  と  $B$  の対称差といい  $A \Delta B$  と書く.

さて,  $A, B, C$  を集合とする. 次は常に成り立つか.

$$(1) A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

$$(2) A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$$

$$(3) A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$$

2.3  $A, B, C$  を集合とする. 次式を証明せよ.

$$(A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (C \cup A) = (A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A).$$

2.4 前問の結果を,  $n$  個の集合  $A_1, A_2, \dots, A_n$  に一般化せよ. (解答は一通りではない.)