

「代数的整数論とその周辺 2013」講演アブストラクト

12月9日(月)

講演者: 川田浩一 (岩手大学)

題名: The ternary Goldbach problem—from Hardy-Littlewood, Vinogradov to Helfgott (概説講演)

概要: In 1472, Goldbach wrote Euler the conjectures that every even integer exceeding 2 is the sum of two primes, and that every odd integer exceeding 5 is the sum of three primes. The latter is called the ternary Goldbach conjecture.

Being based on the circle method that Hardy and Littlewood invented around 1920, Vinogradov essentially resolved the latter conjecture in 1937 by establishing that every odd integer exceeding a certain constant is the sum of three primes. And in May 2013, Helfgott finally succeeded in proving that the ternary Goldbach conjecture is completely true.

The purpose of this survey talk is to illustrate an outline of the proof of Helfgott, for those who are not familiar with the circle method.

講演者: 三柴善範 (九州大学)

題名: Algebraic independence of certain positive characteristic multizeta values

概要: Let $\mathbb{F}_q(\theta)$ be the rational function field over the finite field of q elements with variable θ and $\mathbb{F}_q((\theta^{-1}))$ the completion of $\mathbb{F}_q(\theta)$ with respect to the place at infinity. The positive characteristic multizeta values $\zeta(n_1, \dots, n_d)$ are defined in $\mathbb{F}_q((\theta^{-1}))$ in the same way as the classical multiple zeta values are defined in \mathbb{R} . In this talk, we study algebraic relations over $\mathbb{F}_q(\theta)$ among the elements of $\{\tilde{\pi}\} \cup \{\zeta(n_i, \dots, n_j) \mid 1 \leq i \leq j \leq d\}$ under certain conditions on the index (n_1, \dots, n_d) , where $\tilde{\pi}$ is the fundamental period of the Carlitz module. For example, we show that the elements of the above set are algebraically independent over $\mathbb{F}_q(\theta)$ if n_i is not divisible by $q-1$ for each i and n_i/n_j is not a power of the characteristic of \mathbb{F}_q for each $i \neq j$.

講演者: 田坂浩二 (九州大学)

題名: 多重 Eisenstein 級数と Brown の純奇多重ゼータ値について

概要: An interesting connection between the theory of elliptic modular forms and multiple zeta values (MZVs) was first discovered by Don Zagier in the case of depth 2 (more extensive results were given by Gangl, Kaneko and Zagier). Recently, Francis Brown has proposed a new conjecture on the dimension of the space spanned by "totally odd" MZVs. His conjecture suggests that the modular forms and the linear relations among totally odd MZVs are deeply related with each other. In this talk, we present an attempt and some results to reveal this relationship using the multiple Eisenstein series.

講演者: 安富真一 (東邦大学) 田村純一 (津田塾大学)

題名: 新しい高次元連分数アルゴリズムとその応用

概要: We give new algorithms of multidimensional continued fraction expansion by which the expansion of $\alpha_0^{-1}(\alpha_1, \dots, \alpha_{d-1})$ is always expected to be periodic for any \mathbb{Q} -basis $(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{d-1})$ of an arbitrarily given real number field K with $d = \deg_{\mathbb{Q}}(K) \leq 6$. As applications of our algorithms, we give some numerical results concerning computation of algebraic units and the

generation of stepped surfaces that are related to integral points near from the hyperplane $\alpha_0 x_0 + \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_{d-1} x_{d-1} = 0$ in the Euclidean space \mathbb{R}^d .

講演者: 森本和輝 (大阪市立大学)

題名: $SO(V) \times GL_2$ の L -関数の特殊値の代数性について

概要: F を総実代数体, V を F の各アルキメデス素点 v で, $V \otimes_F F_v$ が正定値となる F 上の二次形式の空間とし, τ を $SO(V, \mathbb{A}_F)$ の既約保型表現とする. f を F 上の正則な Hilbert primitive cusp form とし, π を f に付随する $GL_2(\mathbb{A}_F)$ の既約ユニタリ尖点的保型表現とする. このとき, π_∞ と τ_∞ に関する適当な仮定のもと, いくつかの critical point において $L(s, \pi \otimes \tau)$ の特殊値の代数性を示す. 特別な場合として, GL_2 の Rankin triple L 関数についての新たな代数性の結果を与える. これらの結果は, Deligne による motivic L 関数の特殊値に関する予想と符合する. 本研究は古澤昌秋氏との共同研究である.

12月10日 (火)

講演者: 横山俊一 (九州大学)

題名: モジュラー形式を中心とした計算機数論入門 (概説講演)

概要: 無料で利用出来るオープンソース数式処理システム Sage を用いて, モジュラー形式やガロア表現, 及び関連する構造物を計算する術を解説する. また最近の進展の一つとして Couveignes-Edixhoven-Bruin らによる, モジュラー形式のフーリエ展開の係数を多項式時間で高速に計算するアルゴリズムを概観する. 時間が許せば, その周辺の話題を幾つか紹介したい.

講演者: 服部新 (九州大学)

題名: Ramification theory and perfectoid spaces

概要: 等標数と混標数の二つの完備離散付値体を考え, それらの整数環が素元の m 乗を法として同型であると仮定する. 1980年代に Deligne は, 剰余体が完全である場合に, この二つの完備離散付値体の絶対ガロア群が第 m 分岐群を法として同型であることを示した. この同型には, 等標数完備離散付値体のガロア表現の研究を混標数に帰着できる, という意義がある (分岐が小さい場合には逆方向も成り立つ). 本講演では, Scholze の垂完全空間の理論を用いた, この同型の剰余体非完全の場合への一般化について解説する.

講演者: 小関祥康 (京都大学数理解析研究所)

題名: On Galois equivariance of homomorphisms between torsion potentially crystalline representations

概要: M. Kisin proved that a certain restriction functor on crystalline p -adic representations is fully faithful. We consider the torsion analogue of this result. Such a problem has been shown by C. Breuil for finite flat representations, that is, torsion crystalline representations with (presumable) Hodge-Tate weights in $[0, 1]$. In this talk, we consider higher weight cases.

講演者: 平野雄一 (東京大学)

題名: 実2次体上の Hilbert 保型形式の合同式と L 関数の特殊値

概要: F を総実代数体とする. (同じ重さ (k, \dots, k) の) F 上の Hilbert 固有カスプ形式と Hilbert Eisenstein 級数の Fourier 係数の間の合同式から L 関数の特殊値の代数的部分の間の合同式を導くという問題を考える. これは, $F = \mathbb{Q}$ の場合には, Vatsal 氏 ($k = 2$) 及び講演者 ($k \geq 2$) によって証明された. 本講演では, F が実2次体かつ $k = 2$ の場合に Vatsal 氏の結果を一般化する.

講演者: 前田芳孝

題名: The so-called Maeda conjecture and related topics

概要: I will talk recent progress of the so-called Maeda conjecture on elliptic cusp forms of level 1 and related topics. As related topics, I will explain the followings:

- (1) A generalization to cusp forms of higher level by Tsaknias and canonical splittings;
- (2) Transformation equations and the special values of Shimura's zeta functions by Doi, Hida and Maeda.

講演者: 藤原一宏 (名古屋大学)

題名: Indivisibility of relative class numbers for quadratic extensions of totally real fields

概要: For a totally real field F and an odd prime p , we look for a CM quadratic extension L/F whose relative class number is not divisible by p . This question of indivisibility is classical, and turns out to be fairly difficult. I show the existence of infinitely many L by using modularity and Galois deformations, namely, in the framework of non-abelian class field theory. This is part of my project on non-abelian approaches to classical problems.

12月11日 (水)

講演者: 中村健太郎 (北海道大学)

題名: p 進 Langlands 対応 I (概説講演)

概要: この概説講演では, Breuil により提唱された $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ に対する p -進ラングランズ対応について講演する. 特に, Colmez による対応の構成と Paskunas による対応の全単射性に関する定理について講演する予定である. 局所ラングランズ対応との両立性, $GL_2(\mathbb{Q}_p)$ 以外の群への一般化に関する近年の進展状況などについても解説したい.

講演者: 吉川祥 (東京大学)

題名: 楕円曲線の判別式の中根と等分点

概要: We give an explicit and intrinsic description of (the torsor defined by the 12th roots of) the discriminant of an elliptic curve using the group of its 12-torsion points and the Weil pairing. As an application, we extend a result of Coates (which deals with the characteristic 0 case) to the case where the characteristic of the base field is not 2 or 3. This is a joint work with Kohei Fukuda.

講演者: 寺門康裕 (東京大学)

題名: 射影空間の2次被覆の l 進コホモロジーの行列式と分岐因子の判別式

概要: The determinant of the Galois action on the l -adic cohomology of the middle degree of a double covering of a projective space of even dimension defines a quadratic character of the absolute Galois group of the base field. In this talk, we show that the discriminant of the defining polynomial of the ramification divisor of the double covering allows us to compute the character.

講演者: 菅原弘太郎 (九州大学)

題名: Arithmetic Cohomology Groups

概要: Parshin, Beilinson and Huber construct adelic cohomology groups for quasi-coherent sheaves on Noetherian schemes (especially, on algebraic varieties), and show that these correspond to cohomology groups for quasi-coherent sheaves. In this talk, we introduce adelic

cohomology groups for quasi-coherent sheaves on arithmetic varieties and give some fundamental properties of those for arithmetic surfaces. This is a joint work with Prof. Lin Weng.

講演者: 山崎隆雄 (東北大学)

題名: p 進ソリトン理論とヤコビ多様体の等分点

概要: Anderson は p -進ソリトン理論を導入し, Manin-Mumford 予想に関連した数論幾何の問題へと応用した. 具体的には, 代数曲線のヤコビ多様体上でテータ因子の上にある p -等分点の個数を評価した. この理論をより一般の曲線に対して適用できるよう拡張し, 同時に p -等分点だけでなく p -冪等分点まで扱えるよう改良する. (小林真一氏との共同研究)

12月12日 (木)

講演者: 今井直毅 (東京大学)

題名: p 進 Langlands 対応 II (概説講演)

概要: Emerton による, GL_2 に対する大域 Langlands 対応と p 進 Langlands 対応の整合性について講演する. その Fontaine-Mazur 予想への応用についても話す予定である.

講演者: 甲斐亘 (東京大学)

題名: A p -adic exponential map for the Picard group and its application to the Albanese map

概要: We define an exponential map from the first cohomology group of the structure sheaf to the Picard group of a proper flat scheme over a complete DVR of characteristic $(0, p)$. To be precise, it is an isomorphism between subgroups of each member. It is an analogue of the classical one defined in complex geometry. This exponential map is then applied to prove a surjectivity property concerning the Albanese map of a smooth projective variety over a complete DVF.

講演者: 宮崎弘安 (東京大学)

題名: 高次チャウ群を用いた有限体上の多様体のゼータ関数の特殊値の記述

概要: We give a formula which calculates special values at non-positive integers of zeta functions of varieties over a finite field by using higher Chow groups. To be precise, we define functorial maps from higher Chow groups to weight homology groups, and prove that special values can be described up to sign as alternating products of ratios of orders of kernels and cokernels of the maps. Here, weight homology group is an invariant which measures singularity of varieties. Work in this direction was started by K. Kato. He proved the formula for special values at 0 in two dimensional cases. Moreover, M. Kerz and S. Saito showed the formula for special values at 0 when varieties are proper and smooth. In the construction of the maps and in the proof of the formula, the notion of weight complex, which was firstly introduced by H. Gillet and C. Soule, plays an important role.

講演者: 鈴木正俊 (東京工業大学)

題名: ある種の正準系の逆問題とその応用

概要: A canonical system is a first-order system of ordinary differential equations parameterized by all complex numbers. A number of pairs of the second-order differential equations and systems of first-order differential equations are reduced to canonical systems. It is known that the solution of a canonical system generates an entire function of the Pólya class. Therefore, one conceivable inverse problem is to recover a canonical system from a given entire function of the Pólya class. This type of inverse problem was solved in general by de Branges in 1960s. However

his results are often not enough to investigate the Hamiltonian of a recovered canonical system. In this talk, we present an explicit way to recover the Hamiltonian of a canonical system from a given exponential polynomial belonging to the Hermite-Biehler class. After that, we apply it to study distributions of roots of self-reciprocal polynomials and zeros of zeta functions.

講演者: 安福悠 (日本大学)

題名: 軌道の座標の数論的性質 — 具体例を通して

概要: Given an algebraic variety X and a self-map $f : X \rightarrow X$ defined over a number field and a rational point P on X , we define the orbit of P under f to be $\{P, f(P), f(f(P)), \dots\}$. Silverman proved that orbits under a morphism f on \mathbb{P}^1 only contain finitely many S -integers unless f satisfies a special ramification property, and this can be generalized to maps on \mathbb{P}^n , albeit assuming a very deep diophantine conjecture of Vojta. In this talk, we will briefly summarize these results, and then discuss several explicit examples of morphisms and rational maps on \mathbb{P}^n for which S -integral points in orbits can be analyzed unconditionally. A connection with a dynamical Mordell–Lang problem will also be mentioned.

講演者: 阿部紀行 (北海道大学)

題名: p 進簡約群の既約法 p 許容表現の分類について

概要: We describe a classification of irreducible admissible modulo p representations (representations over a field of characteristic p) of reductive p -adic group in terms of supercuspidal representations. This generalizes the result of Barthel-Livne for $GL(2)$, Herzig for $GL(n)$ and my previous work for split groups. Our motivation is the hypothetical modulo p Langlands correspondence. This is a joint work with G. Henniart, F. Herzig and M.-F. Vigneras.

12月13日 (金)

講演者: 栗原将人 (慶應義塾大学)

題名: Rubin-Stark 予想と Rubin-Stark 元について (概説講演)

概要: Stark 予想およびその (abel 拡大の場合の精密版の) 一般化である Rubin-Stark 予想は, ゼータ関数の値と関係する代数的な元が存在していることを予想する大変興味深い予想である (基礎体が有理数体のときは, 円単数や Gauss 和が関係している). 今年の集会における加塩氏の概説講演に引き続き, この予想について概説する. 時間があれば, Euler 系との関係や非可換化についても述べる.

講演者: 佐野昂迪 (慶應義塾大学)

題名: A new conjecture for Rubin-Stark elements and its applications

概要: 本講演では, Rubin-Stark 元に関する新しい予想を提出し, その予想が (Tate モチーフに対する) 同変玉河数予想から導かれることを証明する. 応用として, 最近 Mazur と Rubin によって解かれた円単数に関する Darmon 予想の別証明を与え, また Gross によるいくつかの予想を abel 体の場合に証明する.

講演者: 大川幸男 (東京大学)

題名: On logarithmic nonabelian Hodge theory of higher level in characteristic p

概要: Ogus and Vologodsky constructed a positive characteristic analogue of Simpson's correspondence over the complex number field between local systems and Higgs bundles. One of the key technical results for their construction is the fact that the sheaf of differential operators of

level 0 forms an Azumaya algebra over its center. In this talk, we generalize the Azumaya nature of the sheaf of differential operators to the case of log differential operators of higher level. We also give some splitting modules of this Azumaya algebra to get the equivalence between certain \mathcal{D} -modules and certain Higgs modules.

講演者: 松本雄也 (東京大学)

題名: Good reduction criterion for K3 surfaces

概要: 完備離散付値体上のアーベル多様体が良い還元を持つかどうかは, $(l$ 進) テイト加群へのガロア群の作用をみることで判定できる (いわゆる Néron–Ogg–Shafarevich の判定法). 標数 0 の場合は, K3 曲面についても類似の判定法が (K3 曲面の半安定還元に関する Kulikov の結果を用いることで) 証明できる. 本講演では, 混標数の完備離散付値体上の K3 曲面についても, $(l$ 進コホモロジーを用いた) 類似の判定法が成立することを示す.

講演者: 新井啓介 (東京電機大学)

題名: 志村曲線の代数体上の有理点の非存在について

概要: レベル構造を持つ志村曲線と持たない志村曲線の両方について, 代数体上の有理点の非存在に関する結果が得られたので, それらの結果を紹介する. レベル構造を持つ志村曲線に関する結果は, モジュラー曲線 $X_0(p)$ の有理点に関する結果の類似である. レベル構造を持たない志村曲線に関する結果からは, Hasse 原理に対する反例が得られる. いずれの場合も, 従来の結果は 2 次以下の代数体のみに限られていたが, 今回の結果は 3 次以上でも適用可能である.

講演者: Ahmed Abbes (IHES/CNRS)

題名: The p -adic Simpson correspondence

概要: In 2005, Gerd Faltings laid the foundations of a correspondence aimed at describing all p -adic representations of the geometric fundamental group of a smooth algebraic variety over a p -adic field in terms of linear algebra, specifically of Higgs bundles. His construction is for p -adic Hodge theory what the complex Simpson correspondence is for classical Hodge theory. I will present a new approach for the p -adic Simpson correspondence, closely related to Faltings's original approach, and inspired by the work of Ogus and Vologodsky on an analogue in characteristic $p > 0$. This is a joint work with Michel Gros.

プログラム作成委員 落合理 (大阪大学), 辻雄 (東京大学), 木村巖 (富山大学)